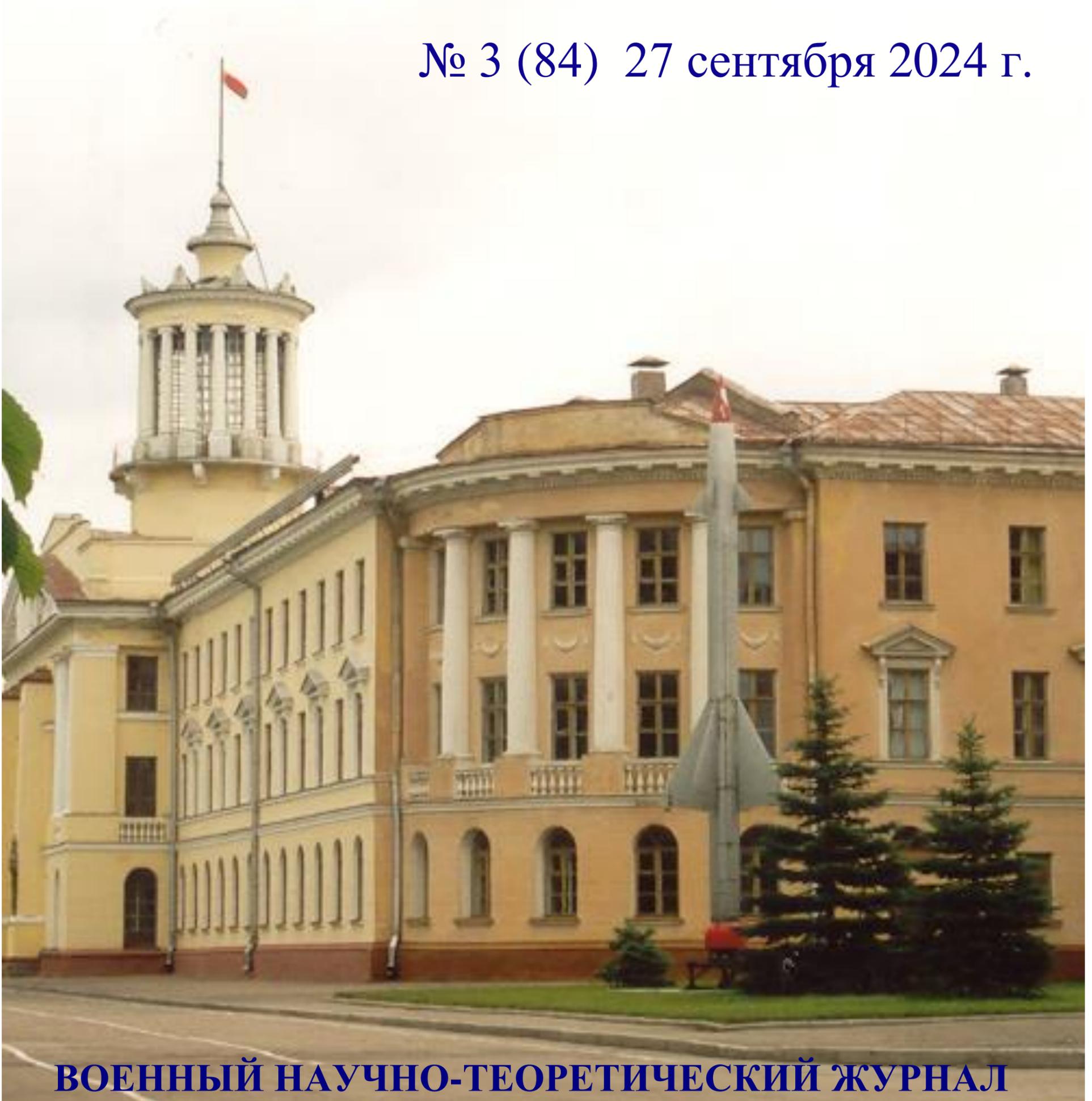


УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ «ВОЕННАЯ АКАДЕМИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ»

ВЕСТНИК ВОЕННОЙ АКАДЕМИИ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

№ 3 (84) 27 сентября 2024 г.



ВОЕННЫЙ НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Учреждение образования «Военная академия Республики Беларусь»

ВЕСТНИК ВОЕННОЙ АКАДЕМИИ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

№ 3 (84) 27 сентября 2024 г.

Военный научно-
теоретический журнал

Издается с 2003 года

Адрес редакции:

220057, г. Минск-57, учреждение образования «Военная академия Республики Беларусь», главный корпус, комн. № 4.
Тел: 287-45-15.

Издатель:

Учреждение образования «Военная академия Республики Беларусь».

Свидетельство

о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий

№ 1/224 от 19.03.2014.

№ 2/81 от 19.03.2014.

Набор и верстка:

Булаева Н. Д.

Дизайн обложки:

Мацкевич А. Н.

Печать:

ЛП № 02330/76

от 27.03.2014 г.

Подписано в печать 27.09.24 г.

Формат 60×84/8. Бумага писчая.

Гарнитура «Таймс». Печать ризография. Усл. печ. л. 11,86.

Тираж 100 экз. Зак.

Отпечатано в типографии учреждения образования

«Военная академия Республики Беларусь».

220057, Минск-57.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Лапука О. Г., *главный редактор*, доктор технических наук, профессор;

Малкин В. А., *заместитель главного редактора*, доктор технических наук, профессор;

Гришкевич М. М., *секретарь*, кандидат военных наук, доцент;

Белько В. М., кандидат технических наук, доцент;

Богданов Д. Ю., доктор военных наук, доцент;

Вашкевич В. Р., кандидат технических наук, доцент;

Гринюк В. И., кандидат военных наук, профессор;

Ильёв И. Г., кандидат технических наук, доцент;

Колодяжный В. В., доктор военных наук, профессор;

Костюкович С. Н., кандидат технических наук, доцент;

Ксенофонтов В. А., кандидат философских наук, доцент;

Куренёв В. А., доктор технических наук, профессор;

Нижнёва Н. Н., доктор педагогических наук, профессор;

Осипов Г. А., кандидат военных наук, доцент;

Пылинский М. В., доктор военных наук, профессор;

Чубрик В. Г., кандидат военных наук, доцент;

Шевченко В. С., доктор технических наук, профессор;

Юшкевич Т. П., доктор педагогических наук, профессор;

Ярмолик С. Н., кандидат технических наук, доцент.

В соответствии с приказом Высшей аттестационной комиссии Республики Беларусь научный журнал «Вестник Военной академии Республики Беларусь» включен в перечень научных изданий для опубликования результатов диссертационных исследований по военной, технической (информатика, вычислительная техника и управление; оружие и военная техника; радиотехника, связь, электроника и микроэлектроника) и педагогической (воинское обучение и воспитание, военная педагогика) отраслям науки.

СОДЕРЖАНИЕ

Основы военной науки и военного строительства

Бартошевич А. В., Михнёнок Е. И., Кузяк А. Н. Совершенствование процессов управления подразделениями тактического уровня при применении автоматизированной системы управления	3
Венский Е. В., Богодель А. П. Тенденции развития системы огневого поражения противника (системы огня) общевойсковых соединений. Влияние беспилотных авиационных комплексов (летательных аппаратов) на современное состояние системы	10
Гулевич Г. И. Противоречия в подготовке тактических подразделений для ведения боевых действий в населенных пунктах и направления их разрешения	22
Ивашко И. Г., Воронин О. В. Факторы и условия обстановки, предопределяющие необходимость организации радиолокационной разведки баллистических целей.....	29
Потапчик Н. Н. Методический подход к оценке стойкости информационного обмена в условиях информационно-технического воздействия противника	36

Общетеоретические и прикладные вопросы разработки, эксплуатации и совершенствования вооружения и военной техники

Буйвалов И. Е. Исследование математической модели радиосигнала в волновых энергетических пространствах сигналов.....	51
Лапука О. Г. Теоретический анализ поляризионных соотношений для 4-антенной схемы амплитудного пеленгатора.....	63
Морозов В. М., Ковалевич В. В., Ковриго О. В. Анализ влияния траекторных нестабильностей на качество формирования изображения РСА БЛА.....	69
Пальцев В. А., Посудевский А. А., Шарак Д. С. Подход к решению задачи прогнозирования маршрутов полета беспилотных летательных аппаратов в комплексах средств автоматизации органов управления подразделениями противовоздушной обороны	75
Рахоцкий Д. А., Иванюк В. С., Морозов В. М., Драневский Е. С. Обоснование структуры перспективной приемной аппаратуры наземной станции помех бортовым радиолокационным станциям	83
Ярмолик С. Н., Зайко Е. В., Храменков А. С., Свинарский М. В. Адаптивное изменение алфавита классов методом агломеративной кластеризации в задаче радиолокационного распознавания объектов по траекторным признакам.....	90

ОБЩЕТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ РАЗРАБОТКИ, ЭКСПЛУАТАЦИИ И СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ВООРУЖЕНИЯ И ВОЕННОЙ ТЕХНИКИ

УДК 621.372.512

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАДИОСИГНАЛА В ВОЛНОВЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВАХ СИГНАЛОВ

И. Е. Буйвалов*

Исследована математическая модель радиосигнала в евклидовых пространствах, установлен соответствующий ей физический радиосигнал. Впервые введено понятие мнимой реактивной мощности. Показано, что при спектральном анализе сигналов необходимо учитывать «задержку на включение аппаратуры».

A mathematical model of a radio signal in Euclidean spaces has been researched, and a corresponding physical radio signal is established. The concept of imaginary reactive power is introduced for the first time. It is shown that the "delay for turning on the equipment" must be taken into account when performing spectral analysis of signals.

Введение

Считается, что математическая модель радиосигнала в комплексном виде – это просто удобная форма его представления, которая «позволяет использовать преимущества методов теории функций комплексной переменной с последующим возвратом в конце анализа к тригонометрической форме путем отбрасывания мнимой части» [1].

Покажем, что комплексное представление радиосигнала соответствует вполне определенному физическому радиосигналу в действительном евклидовом пространстве.

Для упрощения анализа процесса передачи мощности в среде распространения перейдем от распределения электромагнитных полей в поперечных сечениях к интегральным мерам электромагнитного поля – нормированным напряжениям и токам в эквивалентной длинной линии (ЭДЛ) [2]. Будем иметь в виду, что для большинства используемых в радиотехнике сигналов амплитуда, частота и фаза изменяются настолько медленно, что в пределах нескольких периодов колебания их можно считать постоянными.

Исследование радиосигнала в комплексном евклидовом пространстве

Трехмерное пространство геометрических векторов можно представить в виде бесконечного количества двумерных пространств, состоящих из векторов, лежащих в одной плоскости. Каждому вектору $\vec{a}\{x + jy\}$ одномерного комплексного линейного пространства соответствует вектор $\vec{a}'\{x, y\}$ двумерного действительного линейного пространства. Вектору n -мерного комплексного линейного пространства $\vec{a} = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$, где $a_i = x_i + jy_i$, соответствует вектор $\vec{a}' = \{x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, \dots, x_n, y_n\}$ $2n$ -мерного действительного линейного пространства с координатами x_i, y_i [3].

Скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ и $\vec{b} = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_n\}$ в комплексном евклидовом (унитарном) пространстве вводится формулой

$$(\vec{a}, \vec{b}) = \sum_{i=1}^n a_i b_i^* = a_1 b_1^* + a_2 b_2^* + a_3 b_3^* + \dots + a_n b_n^*,$$

где a_i, b_i – комплексные числа; b_i^* – число, комплексно сопряженное с числом b_i [4].

Скалярное произведение для действительного $2n$ -мерного евклидова пространства записывается: $(\vec{a}, \vec{b}) = \sum_{i=1}^n a_i b_i = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + \dots + a_n b_n$. Несмотря на отличие скалярных

произведений, норма (длина) вектора в n -мерном комплексном и в $2n$ -мерном действительном евклидовом пространстве совпадает [3] и равна арифметическому значению квадратного корня из скалярного квадрата этого вектора [4]:

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{(\vec{a}, \vec{a})} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2 + \dots + x_n^2 + y_n^2}.$$

В комплексном виде мгновенные значения гармонических волн напряжения и тока, распространяющихся в ЭДЛ вдоль оси z , могут быть записаны [5]:

$$\dot{u}(z, t) = U_m e^{j(\omega t - kz + \phi_u)}, \quad i(z, t) = I_m e^{j(\omega t - kz + \phi_i)}, \quad (1)$$

где U_m, I_m – амплитуды напряжения и тока; $\omega = 2\pi/T$ – угловая частота; T – период колебания; $k = 2\pi/\lambda_b$ – волновое число; $\lambda_b = v_\phi T$, $v_\phi = c/\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ – длина волны и фазовая скорость; ϕ_u, ϕ_i – начальные фазы волн напряжения и тока; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме; ε_r, μ_r – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды распространения; t, z – текущее время и продольная координата.

Переменные z и t связаны между собой: $kz = \frac{2\pi}{\lambda_b} z = \frac{2\pi}{\lambda_b} v_\phi t = \frac{2\pi}{T} t = \omega t$. Подстановка

$\omega t = kz$ в (1) приводит к выражениям для мгновенных значений волн напряжения и тока, которые не зависят от времени t и координаты z : $\dot{u}(z, t) = U_m e^{j\phi_u}$, $i(z, t) = I_m e^{j\phi_i}$. Отмеченная особенность говорит о том, что в однородной изотропной среде без потерь любая точка волны через интервал времени Δt смещается на расстояние $\Delta z = v_\phi \Delta t$ без изменения амплитуды и фазы. Происходит параллельный перенос каждой точки волны во времени и пространстве, что говорит об эквивалентности времени и пространства.

Мгновенная электрическая мощность радиосигнала в сечении ЭДЛ плоскостью z есть скалярное произведение векторов напряжения и тока:

$$(\vec{u}(z, t), \vec{i}(z, t)) = \dot{u}(t) i^*(t) = U_m e^{j(\omega t + \phi_u)} I_m e^{-j(\omega t + \phi_i)} = U_m' I_m' e^{j\phi} = P_m e^{j\phi},$$

где $\phi = \phi_u - \phi_i$ – разность начальных фаз напряжения и тока; $P_m = U_m' I_m'$ – максимальная мгновенная мощность радиосигнала; $U_m' = U_m / \sqrt{\rho} = I_m' = I_m \sqrt{\rho} = \sqrt{P_m}$ – нормированные амплитуды напряжения и тока, размерность $\sqrt{\text{Вт}}$; ρ – волновое сопротивление ЭДЛ.

Независимость скалярного произведения от ωt говорит о вращении комплексной плоскости z с угловой частотой ω вместе с векторами $\vec{u}(t), \vec{i}(t)$. Скалярное произведение векторов напряжения и тока в декартовых координатах в комплексной плоскости запишется:

$$\begin{aligned} (\vec{u}(t), \vec{i}(t)) &= U_x' I_x' + U_y' I_y' = U_m' \cos \phi_u I_m' \cos \phi_i + U_m' \sin \phi_u I_m' \sin \phi_i = \\ &= 0,5 U_m' I_m' [\cos(\phi_u - \phi_i) + \cos(\phi_u + \phi_i)] + 0,5 U_m' I_m' [\cos(\phi_u - \phi_i) - \cos(\phi_u + \phi_i)] = P_m \cos \phi, \end{aligned} \quad (2)$$

где U_x', I_x', U_y', I_y' – проекции U_m', I_m' на оси координат x, y в комплексной плоскости z , нормы которых равны: $\|\vec{u}(t)\| = \sqrt{U_x'^2 + U_y'^2} = U_m'$, $\|\vec{i}(t)\| = \sqrt{I_x'^2 + I_y'^2} = I_m'$, $\|\vec{u}(t)\| = \|\vec{i}(t)\|$.

При $\phi = 0$ векторы $\vec{u}(z), \vec{i}(z)$ коллинеарны $U_x' = U_y', I_x' = I_y'$, выполняется равенство Коши – Буняковского:

$$\sqrt{(\vec{u}(t), \vec{i}(t))} = \sqrt{\|\vec{u}(t)\| \cdot \|\vec{i}(t)\|} \quad \text{и} \quad \sqrt{U_m' I_m'} = \sqrt{P_m} = \sqrt{2U'I'} = \sqrt{2P},$$

где $P = U'I'$ – действующая мощность; U', I' – действующие значения напряжения и тока. Обозначим $|\vec{OA}| = \sqrt{P_m}$ – сигнальный вектор.

Для фиксированного времени $t = 0$ «мгновенные фотографии» векторов $\vec{u}(z, t), \vec{i}(z, t)$ через их проекции на оси декартовой системы координат запишутся:

$$\begin{aligned} \vec{u}(z) &= U_m' e^{-j(kz - \phi_u)} = U_m' [\cos(kz - \phi_u) - j \sin(kz - \phi_u)]; \\ \vec{i}(z) &= I_m' e^{-j(kz - \phi_i)} = I_m' [\cos(kz - \phi_i) - j \sin(kz - \phi_i)]. \end{aligned}$$

Декартовы координаты векторов $\vec{u}(z), \vec{i}(z)$ являются уравнениями окружностей в параметрическом виде:

$$\begin{aligned} u(z)_x &= U'_m \cos(kz - \phi_u); & u(z)_y &= -U'_m \sin(kz - \phi_u); \\ i(z)_x &= I'_m \cos(kz - \phi_i); & i(z)_y &= -I'_m \sin(kz - \phi_i). \end{aligned} \quad (3)$$

Скалярное произведение $(\vec{u}(z), \vec{i}(z))$ через декартовы координаты запишется:

$$\begin{aligned} u(z)_x i(z)_x + u(z)_y i(z)_y &= U'_m \cos(kz - \phi_u) I'_m \cos(kz - \phi_i) + U'_m \sin(kz - \phi_u) I'_m \sin(kz - \phi_i) = \\ &= 0,5P_m [\cos \varphi + \cos(2kz - \phi_u - \phi_i)] + 0,5P_m [\cos \varphi - \cos(2kz - \phi_u - \phi_i)] = P_m \cos \varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

Как видим из (2), (4), длина сигнального вектора $|\overline{OA}| = \sqrt{P_m} \sqrt{\cos \varphi}$ не зависит от ωt и kz . То есть при перемещении и одновременном вращении вокруг оси z длина сигнального вектора \overline{OA} не меняется. При увеличении z происходит смещение комплексной плоскости и ее вращение (3) вместе с вектором \overline{OA} в трехмерном действительном евклидовом пространстве против часовой стрелки для правой либо по часовой стрелке для левой декартовой системы координат. Сочетание у вектора \overline{OA} вращательного и поступательного движений образует винтовую поверхность – геликоид [4], представляющий комплексную огибающую радиосигнала. Шаг «винта» равен λ_b .

Вывод. В комплексном евклидовом пространстве сигнал в виде постоянного напряжения, закручиваясь вокруг оси z , образует в действительном евклидовом пространстве ЭМВ с правой либо левой круговой поляризацией. Оконечной нагрузкой радиоприемного устройства (РПрУ), как правило, является двухполюсник (ДП), действительный сигнал к которому поступает «по двум проводам». Задачей приемной антенны является преобразование комплексного радиосигнала в действительный. Для этого могут использоваться две ортогональные линейные антенны, выступающие в качестве осей x, y декартовой системы координат, или одна спиральная антенна. Действительные гармонические радиосигналы на выходе линейных антенн будут представлять сечения комплексного радиосигнала координатными плоскостями. При этом мощности сигналов на выходе линейных антенн после устройства сложения и на выходе спиральной антенны будут равны.

Исследование радиосигнала в действительном евклидовом пространстве

Активная мощность P и действующие значения напряжения U' и тока I' на входе ДП связаны между собой функцией обратной пропорциональности $I' = P/U'$. Графиком функции является равносторонняя гипербола, асимптотами – оси декартовой системы координат x, y [6]. Для правой декартовой системы координат и положительных значений U', I' гипербола изображена на рисунке 1, а. Евклидова длина сигнального вектора \overline{OA} на входе ДП определяется по теореме Пифагора и при $\varphi = 0$ равна:

$$|\overline{OA}| = \sqrt{U'^2_{вх\ x} + I'^2_{вх\ y}} = \sqrt{2I'^2_{вх\ y}} = I'_m, \text{ или } |\overline{OA}| = \sqrt{U'^2_{вх\ x} + I'^2_{вх\ y}} = \sqrt{2U'^2_{вх\ x}} = U'_m,$$

где размерность по осям x, y в $\sqrt{\text{Вт}}$.

Поворот, который называется гиперболическим [7], преобразует вектор \overline{OA} в вектор \overline{OB} . По отношению к координатам сигнального вектора \overline{OA} гиперболический поворот действует как трансформатор сопротивлений, растягивая $U_{ввых\ x} = U'_{вх\ x} n_b$ и сжимая $I_{ввых\ y} = I'_{вх\ y} / n_b$ его координаты по осям x и y в n_b раз, где $n_b = \sqrt{r_n / 1 \text{ Ом}}$ – коэффициент трансформации виртуального трансформатора сопротивлений (ВТС) [8], r_n и $r_r = 1 \text{ Ом}$ – сопротивление нагрузки и внутреннее сопротивление генератора сигналов.

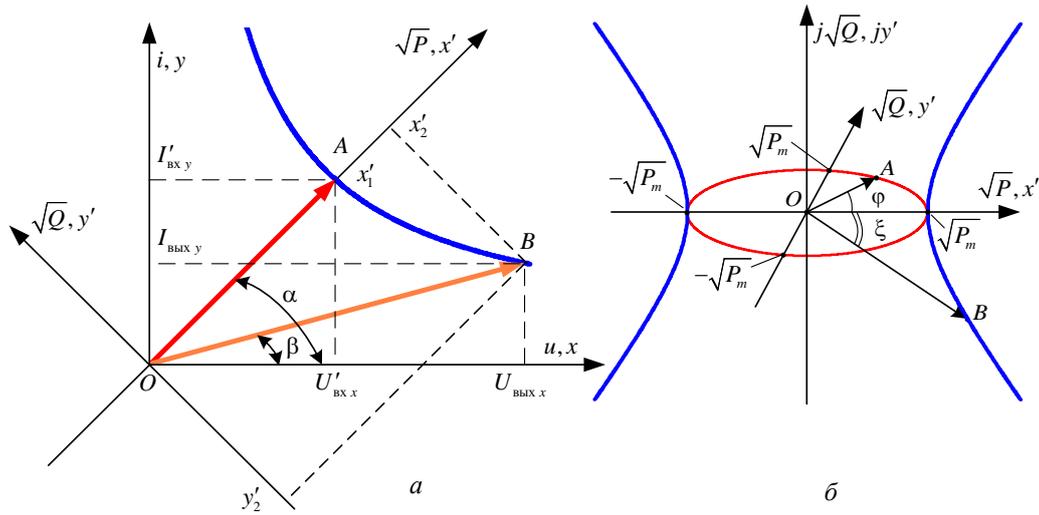


Рисунок 1. – Векторное представление радиосигнала на входе/выходе ВТС

Практически всегда $n_b \geq 2$, например при $r_n \geq 50$ Ом $n_b > 7$. Поэтому длина сигнального вектора на выходе ВТС будет равна, $\sqrt{B_T}$:

$$|\overline{OB}| = \sqrt{U'_{\text{ВХ } x} n_b^2 + I'_{\text{ВХ } y}^2 / n_b^2} = \sqrt{U_{\text{ВЫХ } x}^2 + I_{\text{ВЫХ } y}^2} = \sqrt{U_{\text{ВЫХ } x}^2 + U_{\text{ВЫХ } x}^2 / r_n^2} = U_{\text{ВЫХ } x} \sqrt{1 + 1/n_b^4} \cong U_{\text{ВЫХ } x}.$$

Коэффициент трансформации n_b учитывает отличие сопротивления нагрузки от сопротивления генератора, равного 1 Ом, когда на входе ВТС задана мощность входного сигнала. Значение коэффициента передачи по напряжению при этом не меняется. Например, для $r_r = r_n$ и $r_r < r_n$ соответственно получим: $n_b = \sqrt{r_n / 1 \text{ Ом}}$, $|\overline{OA}| = U'_{\text{ВХ } x} = U_{\text{ВХ } x} / \sqrt{r_r}$,

$$|\overline{OB}| = U_{\text{ВЫХ } x} = U'_{\text{ВХ } x} n_b = (U_{\text{ВХ } x} / \sqrt{r_r}) \sqrt{r_n} = U_{\text{ВХ } x} \text{ и } |\overline{OB}| = U_{\text{ВЫХ } x} = U_{\text{ВХ } x} \sqrt{r_n / r_r},$$

где размерность $|\overline{OA}|, |\overline{OB}|$ в $\sqrt{B_T}$.

Переход к децибелам позволяет уйти от корня квадратного из ватт. Так, для характеристики усиления РПрУ может быть использован коэффициент передачи по нормированному напряжению [8], куда кроме ВТС входят усилители мощности и напряжения:

$$K_{U_n} = U_{\text{ВЫХ}} / U'_{\text{ВХ}} = U_{\text{ВЫХ}} / \sqrt{P_{\text{ВХ}}},$$

или в децибелах:

$$K_{U_n} = 20 \lg \left(U_{\text{ВЫХ}} / \sqrt{P_{\text{ВХ}}} \right) = 20 \lg U_{\text{ВЫХ}} - 10 \lg P_{\text{ВХ}}.$$

Поворот текущей системы координат xOy на $\alpha = \pi/4$ приводит билинейную форму $P = UT' = xy$ к каноническому виду – уравнению равносторонней гиперболы [6]:

$$x'^2 - y'^2 = 2P = P_m.$$

В канонической системе координат $x'Oy'$ устанавливается гиперболическая метрика, при которой длины сигнальных векторов $|\overline{OA}|$ и $|\overline{OB}|$ на входе и выходе ВТС равны друг другу:

$$|\overline{OA}| = \sqrt{P_m} = \sqrt{x_1'^2 - y_1'^2} = \sqrt{U_m'^2 - 0} = U_m' = \sqrt{x_2'^2 - y_2'^2} = |\overline{OB}|.$$

Круговой поворот \overline{OA} в системе координат xOy на угол $\gamma = \beta - \alpha$ (см. рисунок 1, а), где угловые коэффициенты $\text{tg } \alpha = I_{\text{ВХ } y} / U_{\text{ВХ } x} = 1$ и $\text{tg } \beta = I_{\text{ВЫХ } y} / U_{\text{ВЫХ } x} = 1/n_b^2$ численно равны проводимости генератора g_r и нагрузки g_n , в системе координат $x'Oy'$ соответствует

гиперболическому повороту \overline{OB} на угол минус ξ (рисунок 1, б), который выполняется формальной заменой тригонометрических функций на гиперболические. Гиперболический угол ξ найдем с помощью соотношения $\text{th}(t/2) = \text{tg}(\varphi/2)$ [9], $\varphi \in [0, \pm \pi/2]$, где обозначим $t/2 = \xi$, $\varphi/2 = \gamma$:

$$\xi = \text{arth}(\text{tg } \gamma) = \text{arth}[\text{tg}(\beta - \pi/4)] = \text{arth} \frac{\text{tg } \beta - 1}{\text{tg } \beta + 1} = \text{arth} \frac{1/n_b^2 - 1}{1/n_b^2 + 1} = \ln(1/n_b) = -\ln n_b.$$

Учитывая, что «минус» на «минус» дает «плюс», запишем окончательное выражение, связывающее гиперболический угол ξ с коэффициентом трансформации n_b :

$$\xi = \ln n_b, \text{ или } n_b = e^\xi.$$

Пример 1. $P_{\text{вх}} = 9$ Вт, $r_r = 1$ Ом, $r_n = 3$ Ом. Координаты \overline{OB} в результате гиперболического поворота $\overline{OA} = \{x_1 = 3; y_1 = 3\}$ на угол $\xi = \ln n_b = 0,5493$ через формулы, выражающие новые координаты вектора через старые [6], будут:

$$\begin{cases} x_2 = x_1 \text{ch } \xi + y_1 \text{sh } \xi = 3 \text{ch}(0,549) + 3 \text{sh}(0,549) = 5,196; \\ y_2 = -x_1 \text{sh } \xi + y_1 \text{ch } \xi = -3 \text{sh}(0,549) + 3 \text{ch}(0,549) = 1,732. \end{cases}$$

В канонической системе координат $x'Oy'$ координаты \overline{OA} и $\overline{OB} = \{x_2 = 5,196; y_2 = 1,732\}$ запишутся:

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha = \sqrt{2}(3,0 + 3,0)/2 = 4,243; \\ y'_1 = -x_1 \sin \alpha + y_1 \cos \alpha = \sqrt{2}(-3,0 + 3,0)/2 = 0; \\ x'_2 = x_2 \cos \alpha + y_2 \sin \alpha = \sqrt{2}(5,195 + 1,733)/2 = 4,898; \\ y'_2 = -x_2 \sin \alpha + y_2 \cos \alpha = \sqrt{2}(-5,195 + 1,733)/2 = -2,449. \end{cases}$$

В итоге: $|\overline{OB}| = U'_m = \sqrt{x_2'^2 - y_2'^2} = \sqrt{4,898^2 - 2,449^2} = 4,243 = 3\sqrt{2}$, $|\overline{OA}| = U'_m = \sqrt{4,243^2 - 0} = 4,243 = 3\sqrt{2}$, $|\overline{OA}| = |\overline{OB}| = \sqrt{P_m}$, $-\xi = \text{arth}(y'_2/x'_2) = 0,5493$. Координаты \overline{OB} в системе координат $x'Oy'$ можно так же получить, как проекции \overline{OB} на оси x', y' (см. рисунок 1, а): $\beta = \text{arctg}(y_2/x_2) = \text{arctg}(1,732/5,196) = 0,3217$, $\gamma = 0,322 - \pi/4 = -0,4636$, $|\overline{OB}| = \sqrt{5,196^2 + 1,732^2} = 5,477$, $x'_2 = |\overline{OB}| \cos \gamma = 4,898$, $y'_2 = |\overline{OB}| \sin \gamma = -2,449$.

Приведенный пример показывает, что гиперболический поворот, выполняемый ВТС, не изменяет мощность сигнала.

Под мгновенной мощностью понимают произведение мгновенных значений напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ на входе ДП [10]. Мгновенная мощность действительного радиосигнала, представленного гармоническими напряжением $u(\omega t) = U_m \cos(\omega t + \phi_u)$ и током $i(\omega t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$ на входе ДП для $\phi_u = 0$, $\varphi = \phi_u - \phi_i$, запишется:

$$\begin{aligned} p(\omega t) &= u(\omega t)i(\omega t) = U_m \cos(\omega t)I_m \cos(\omega t - \varphi) = UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t - \varphi) = \\ &= UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t) \cos \varphi + UI \sin(2\omega t) \sin \varphi = P(\omega t) \cos \varphi + Q(\omega t) \sin \varphi, \end{aligned} \quad (5)$$

где $P(\omega t) = UI[1 + \cos(2\omega t)] = P_m \cos^2 \omega t$, $Q(\omega t) = UI \sin(2\omega t) = P_m \sin \omega t \cos \omega t$, $P_m = 2UI$.

Для $\phi_i = 0$, $\varphi = \phi_u - \phi_i = \phi_u$ мгновенная мощность запишется:

$$p(\omega t) = P(\omega t) \cos \varphi - Q(\omega t) \sin \varphi. \quad (6)$$

Являясь мгновенной потребляемой, или мгновенной активной мощностью, $P(\omega t)$ принимает только положительные значения от 0 до $P_m = U_m I_m$. Средние за период колебания T мгновенные мощности $p(\omega t)$ и $P(\omega t)$ равны активной $P = UI \cos \varphi = S \cos \varphi$ и полной мощности $S = UI$ соответственно [10]. $Q(\omega t)$, являясь мгновенной реактивной

мощностью, при изменении ωt изменяется в диапазоне $\pm S$. Среднее за период T значение $Q(\omega t)$ равно нулю и, следовательно, цепью не потребляется. Графики $\hat{P}(\omega t) = P(\omega t)/P_m$, $\hat{Q}(\omega t) = Q(\omega t)/P_m$ показаны на рисунке 2. График $\hat{Q}(\omega t)$, показанный точками, соответствует заряду / разряду индуктивности и вместе с графиком $\hat{P}(\omega t)$ уравнению (5). График $\hat{Q}(\omega t)$, показанный штриховой линией, соответствует заряду / разряду емкости и вместе с графиком $\hat{P}(\omega t)$ уравнению (6).

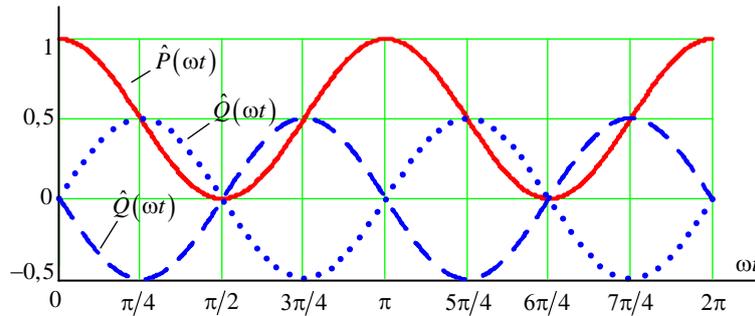


Рисунок 2. – Нормированные мгновенные мощности на входе ДП

Из выражения (5) при $\varphi = 0$ для $\omega t = 0$ и $\omega t = \pi/4$ получим два значения мгновенной мощности, соответствующие сигнальному вектору \overline{OA} в системах координат $x'Oy'$ и xOy соответственно (см. рисунок 1, а). Длина вектора $|\overline{OA}| = \sqrt{P_m}$ при повороте системы координат на $\pi/4$ не меняется:

$$p(0) = (\sqrt{P(0)})^2 + (\sqrt{Q(0)})^2 = P_m + 0 = P_m;$$

$$p(\pi/4) = (\sqrt{P(\pi/4)})^2 + (\sqrt{Q(\pi/4)})^2 = (\sqrt{P_m/2})^2 + (\sqrt{P_m/2})^2 = (\sqrt{P})^2 + (\sqrt{P})^2 = 2P = P_m.$$

В системе координат $x'Oy'$ (см. рисунок 1, б) выражение (5) при $\varphi \geq 0$ является уравнением окружности, на которой лежит конец вектора $\overline{OA} = \{x', y'\}$: $x'^2 + y'^2 = P_m$, где $x' = \sqrt{P} = \sqrt{P_m} \sqrt{\cos \varphi}$, $y' = \sqrt{Q} = \sqrt{P_m} \sqrt{\sin \varphi}$. При $\varphi < 0$ происходит переход к гиперболическому углу ξ , а вектор \overline{OA} переходит в вектор \overline{OB} , конец которого лежит на равнобедренной гиперболе: $x'^2 - y'^2 = P_m$, где $x' = \sqrt{P} = \sqrt{P_m} \sqrt{\text{ch } \xi}$, $y' = \pm j \sqrt{Q} = \pm j \sqrt{P_m} \sqrt{\text{sh } \xi}$. Появление гиперболического угла ξ сопровождается появлением ВТС, в качестве которого, учитывая наличие реактивной мощности, выступает реактивный четырехполюсник (РЧП). Переход от действительной $y' = \sqrt{Q}$ к мнимой $y' = \pm j \sqrt{Q}$ координате и, соответственно, от окружности к гиперболе происходит в точках $(\pm \sqrt{P_m}, 0)$ действительной оси x' . Ортогональная комплексная плоскость $x'Ojy'$, в которой установлена гиперболическая метрика, соответствует согласованному режиму работы, мощность на входе РЧП носит активный характер: $\varphi = 0$, $\overline{OA} = \{x' = \sqrt{P_m}, y' = 0\}$, $\overline{OA} = \{x' = -\sqrt{P_m}, y' = 0\}$. Положительная координата x' соответствует активной мощности, поступающей от генератора в нагрузку, отрицательная – от нагрузки к генератору. Выражение (6) соответствует левой декартовой системе координат, когда ось ординат y' направлена в сторону, противоположную указанной на рисунке 1, б. Тогда в правой системе координат при $\varphi > 0$ получим равнобедренную гиперболу, а при $\varphi \leq 0$ – окружность. Изменение направления поворота вектора \overline{OB} по часовой / против часовой стрелки в правой / левой декартовой системе

координат сопровождается изменением знака мнимой реактивной мощности $y' = \pm j\sqrt{Q} = \pm j\sqrt{P_m}$, что связано с переходом реактивной мощности из электрического поля в магнитное и наоборот.

Величина мнимой реактивной мощности определяется параметрами реактивных элементов согласующего РЧП, которые в свою очередь зависят от коэффициента трансформации РЧП. Для установления этой зависимости рассмотрим рисунок 3, где изображена эквивалентная схема системы передачи сигналов (СПС) для $r_r < r_n$, состоящая из r_r – внутреннего сопротивления генератора сигналов, r_n – сопротивления нагрузки и элементарного «Г-образного» РЧП.

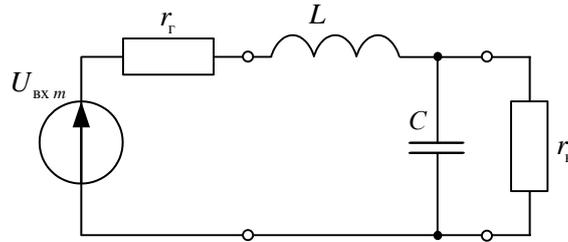


Рисунок 3. – Эквивалентная схема системы передачи сигналов

Для параллельного колебательного контура $r_r LC$ резонансное (эквивалентное) сопротивление и собственная добротность [11] запишутся: $R_{0e} = \rho^2 / r_r$, $Q_0 = R_{0e} / \rho = \rho / r_r$, где $\rho = \omega_p L = 1 / \omega_p C$ – характеристическое сопротивление контура; $\omega_p = \omega_0 / \sqrt{1 - (r/\rho)^2}$ – резонансная частота контура $r_r LC$; $\omega_0 = 2\pi f_0 = 1 / \sqrt{LC}$ – требуемая резонансная частота контура без учета сопротивления потерь r_r [11].

В режиме согласования обеспечивается $R_{0e} = r_n$, отсюда $r_n = \rho^2 / r_r$ и $\rho = \sqrt{r_r r_n}$. Нагруженная добротность контура будет равна: $Q_n = r_n / \rho = r_n / \sqrt{r_r r_n} = \sqrt{r_n / r_r}$. В итоге для $r_r = 1$ Ом, а также на основании рассмотренного ранее можно записать:

$$Q_n = \sqrt{r_n / 1 \text{ Ом}} = n_b = e^\xi. \quad (7)$$

Использование в качестве виртуального трансформатора РЧП и подстановка $\rho = \sqrt{r_n}$ вместо n_b дает на выходе РЧП напряжение в вольтах:

$$U_{\text{вых м}} = U'_{\text{вх м}} \rho = U'_{\text{вх м}} \sqrt{r_n} = U_{\text{вх м}} \sqrt{r_n / r_r},$$

где $U'_{\text{вх м}} = U_{\text{вх м}} / \sqrt{r_r}$ – нормированная амплитуда напряжения генератора сигнала.

Покажем связь реактивной мощности с параметрами РЧП, а также физическую сущность гиперболической метрики. Мгновенная мощность P в контуре $r_r LC$ в установившемся режиме складывается из реактивной мощности Q и мощности рассеиваемой на внутреннем сопротивлении генератора, которая в согласованном режиме равна мощности в нагрузке РЧП: $P - Q = P_n$. Разделив левую и правую часть выражения на мощность генератора P_r , получим коэффициент передачи мощности РЧП:

$$(P - Q) / P_r = P_n / P_r = K_p = 1;$$

$$K_p = K_i K_u = (P - Q) / P_r = (\sqrt{P} / \sqrt{P_r} - \sqrt{Q} / \sqrt{P_r}) (\sqrt{P} / \sqrt{P_r} + \sqrt{Q} / \sqrt{P_r}) = 1,$$

где K_i, K_u – коэффициенты передачи РЧП по току, напряжению [10].

Учитывая (7) и уравнения равнобедренной гиперболы в параметрической форме: $x'_2 = \sqrt{P} = \sqrt{P_m} \text{ch } \xi$, $y'_2 = \sqrt{Q} = \sqrt{P_m} \text{sh } \xi$, можно записать следующие выражения:

$$K_i = \sqrt{P}/\sqrt{P_r} - \sqrt{Q}/\sqrt{P_r} = \operatorname{ch} \xi - \operatorname{sh} \xi = \frac{e^{\xi} + e^{-\xi}}{2} - \frac{e^{\xi} - e^{-\xi}}{2} = e^{-\xi} = n_b^{-1} = Q_H^{-1};$$

$$K_u = \sqrt{P}/\sqrt{P_r} + \sqrt{Q}/\sqrt{P_r} = \operatorname{ch} \xi + \operatorname{sh} \xi = \frac{e^{\xi} + e^{-\xi}}{2} + \frac{e^{\xi} - e^{-\xi}}{2} = e^{\xi} = n_b = Q_H.$$

Напряжение и ток в нагрузке РЧП на резонансной частоте будут равны:

$$U_{Hm} = U'_{Bxm} K_u = U'_{Bxm} Q_H = U_{Bxm} \sqrt{r_H/r_r}, \quad I_{Hm} = I'_{Bxm} K_i = I'_{Bxm} Q_H^{-1} = I_{Bxm} \sqrt{r_r/r_H},$$

где $U'_{Bxm} = U_{Bxm}/\sqrt{r_r} = \sqrt{P_r}$, $I'_{Bxm} = I_{Bxm}\sqrt{r_r} = \sqrt{P_r}$ – нормированные амплитуды напряжения и тока генератора сигнала; Q_H – нагруженная добротность контура $r_r LC$.

Как видим, коэффициент трансформации n_b определяет коэффициенты передачи по напряжению K_u , току K_i и нагруженную добротность Q_H , которая, в свою очередь, связана с мнимой реактивной мощностью Q и потерями активной мощности в нагрузке РЧП r_r .

Связь параметров реактивных элементов «Г-образного» РЧП с его коэффициентом трансформации n_b можно показать на примере.

Пример 2. Для $f_0 = 10$ МГц, $r_H = 3$ Ом, $n_b = \sqrt{r_H} = \sqrt{3} = 1,732051$, $\xi = \ln n_b = 0,549306$, $n_b = e^{\xi} = e^{0,549306} = 1,732051$, $\rho = n_b = 1,732051$, $\omega_0 = 2\pi \cdot 10^6$ рад/с, $\omega_p = 76,953 \cdot 10^6$ рад/с, $L = \rho/\omega_p = 22,508$ нГн, $C = 1/\omega_p \rho = 7502,634$ пф.

Графики коэффициентов пропускания $S_{21}(f)$ и отражения $S_{11}(f)$ для СПС на рисунке 3 и условий примера 2 построены в системе автоматизированного проектирования AWR Design Environment и приведены на рисунке 4.

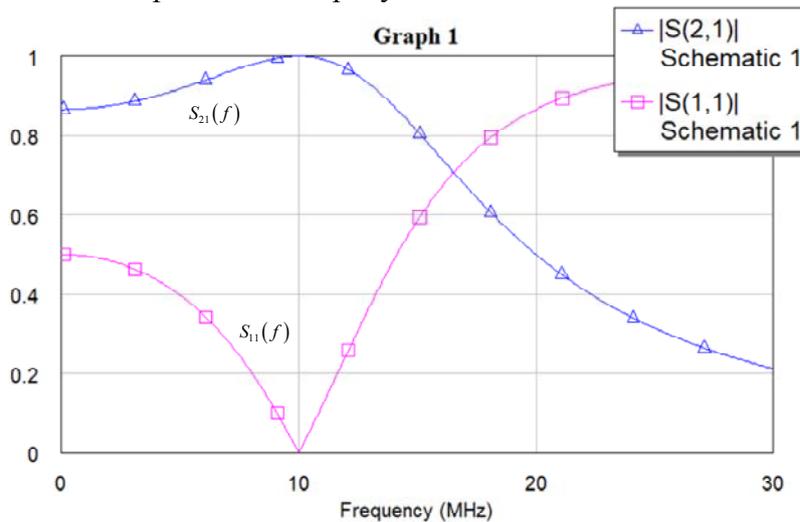


Рисунок 4. – Графики $S_{21}(f)$ и $S_{11}(f)$ системы передачи сигналов

Вывод. При рассмотрении радиосигнала в действительном евклидовом пространстве мнимая реактивная мощность обуславливает появление гиперболической метрики (метрики Минковского). Мнимая реактивная мощность – это реально существующая, но физически «невидимая из данной точки наблюдения». В режиме согласованной передачи активной мощности «наблюдатель не видит» реактивную мощность в сечениях входной и выходной нагрузок РЧП, поскольку сдвиг фаз между током и напряжением в этих сечениях равен нулю $\varphi = 0$. Для «наблюдателя» на входе линейной согласованной антенны реактивная мощность вдоль ее проводников также будет мнимой [12].

Расчет энергии радиосигнала в комплексном евклидовом пространстве

В силу линейности преобразования Фурье результирующий спектр произвольного видеоимпульса может быть получен как сумма спектров прямоугольных видеоимпульсов (ПВИ), которыми он может быть аппроксимирован. Появление и анализ видеоимпульса на

выходе аппаратуры возможен только после ее включения в момент времени $t=0$, что записывается в виде условия $u(t)=0, \forall t < 0$, для выполнения которого достаточно умножить $u(t)$ на единичную функцию $1(t)$. В преобразовании Фурье умножение на $1(t)$ эквивалентно изменению нижнего предела интегрирования:

$$U(jf) = \int_0^{\tau_n} u(t) e^{-j2\pi ft} dt,$$

где τ_n – длительность видеоимпульса.

Спектральная плотность напряжения ПВИ с амплитудой E_m , который появляется в момент времени $t=0$ (рисунок 5) в сечении ЭДЛ плоскостью z запишется:

$$U(jf) = \frac{E_m}{\pi} \frac{\sin(\pi f \tau_n)}{f} e^{-j\pi f t_3} = U(f) e^{j\varphi(f)}, \quad (8)$$

где $U(f) = (E_m/\pi) |\sin(\pi f \tau_n)/f|$ – спектральная плотность амплитуд или амплитудно-частотный спектр (АЧС), $\varphi(f) = \varphi_1(f) + \varphi_2(f)$ – фазочастотный спектр (ФЧС),

$$\varphi_1(f) = \arg[\sin(\pi f \tau_n)/f] = \begin{cases} 0 & \text{при } \sin(\pi f \tau_n)/f > 0; \\ \pi & \text{при } \sin(\pi f \tau_n)/f < 0; \end{cases} \quad \varphi_2(f) = -2\pi f t_3 = -\pi f \tau_n, \text{ где } t_3 = \tau_n/2$$

– время задержки середины импульса относительно начала отсчета времени $t=0$.

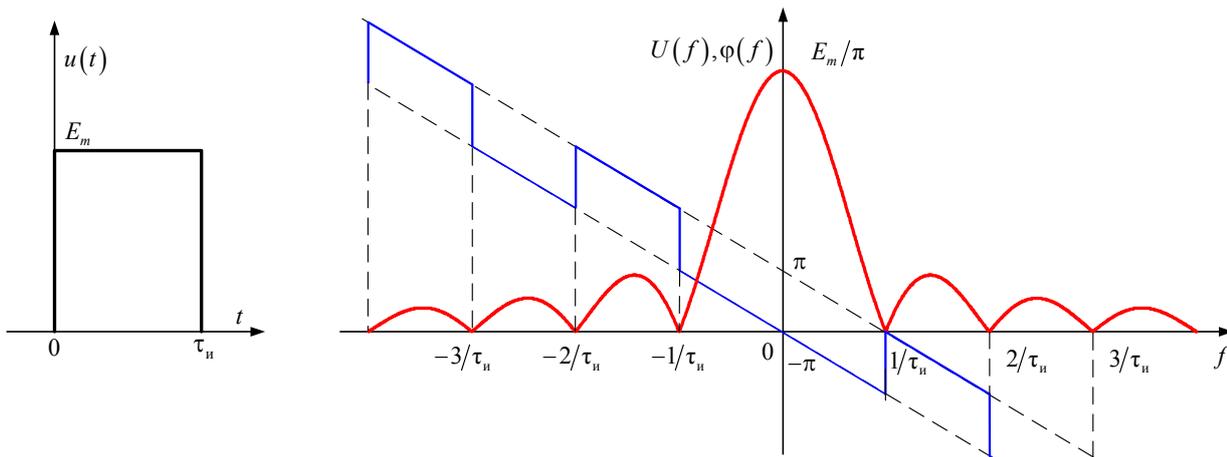


Рисунок 5. – Прямоугольный видеоимпульс и его АЧС и ФЧС

АЧС и ФЧС ПВИ представлены на рисунке 5, ось z, t направлена перпендикулярно плоскости рисунка. АЧС $U(f) = U(-f)$ и составляющая ФЧС $\varphi_1(f) = \varphi_1(-f)$ являются четными, а составляющая ФЧС $\varphi_2(f) = -\varphi_2(-f)$ – нечетной функцией частоты и обусловлена задержкой середины ПВИ относительно начала отсчета времени $t=0$.

Действительный сигнал $u(t)$ через обратное преобразование Фурье от $U(f)$, с учетом формулы Эйлера, запишется:

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} U(f) e^{j\varphi(f)} e^{j2\pi ft} df = \int_{-\infty}^{\infty} U(f) [\cos \varphi(f) + j \sin \varphi(f)] [\cos(2\pi ft) + j \sin(2\pi ft)] df =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} U(f) [\cos(2\pi ft) \cos \varphi(f) - \sin(2\pi ft) \sin \varphi(f)] df = \int_{-\infty}^{\infty} U(f) \cos[2\pi ft + \varphi(f)] df. \quad (9)$$

В (9) учтено, что мнимая составляющая действительного сигнала равна нулю:

$$\int_{-\infty}^{\infty} U(f) [\sin(2\pi ft) \cos \varphi(f) + \cos(2\pi ft) \sin \varphi(f)] df = 0. \quad (10)$$

Учитывая четность функции $\cos x$ и нечетность функции $\sin x$, рассмотрим условия выполнения (10). Первое слагаемое в (10) будет равно нулю, если АЧС является четной функцией частоты $U(f) = U(-f)$. Для ПВИ выполняется условие $u(t) = u(-t)$, так как он симметричен относительно середины, поэтому, исходя из свойства преобразования Фурье, его АЧС $U(f)$ будет четной функцией. Для равенства нулю второго слагаемого нечетной функцией должен быть ФЧС $\varphi(-f) = -\varphi(f)$. Если ПВИ не смещен относительно $t = 0$, то $\varphi_2(f) = 0$, $\varphi(f) = \varphi_1(f)$ и требование не выполняется. При $t_3 > 0$, $\varphi_2(f) \neq 0$ изменение фазы $\varphi(f)$ на π за счет $\varphi_1(f)$ сохраняет нечетность функции $\sin x$: $\sin[\varphi_2(-f) + \pi] = -\sin[\varphi_2(f) + \pi]$.

Вывод. Для того чтобы ПВИ при обратном преобразовании Фурье его спектральной плотности оставался действительным сигналом, необходимо, чтобы он имел четный АЧС и нечетный ФЧС. Для этого он должен начинаться «после включения аппаратуры», т. е. после начала отсчета времени $t = 0$.

Физически отрицательных частот не существует. Представим (9) суммой по отрицательным и положительным частотам и в первом интеграле перейдем к новой переменной интегрирования $\xi = -f$, а затем вернемся к ее первоначальному обозначению:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^0 U(f) \cos[2\pi ft + \varphi(f)] df &= -\int_{\infty}^0 U(-\xi) \cos[-2\pi \xi t - \varphi(\xi)] d\xi = \\ &= -\int_{\infty}^0 U(\xi) \cos[2\pi \xi t + \varphi(\xi)] d\xi = \int_0^{\infty} U(\xi) \cos[2\pi \xi t + \varphi(\xi)] d\xi. \end{aligned}$$

В итоге получим действительный видеосигнал через обратное преобразование Фурье от одностороннего спектра:

$$u(t) = \int_0^{\infty} 2U(f) \cos[2\pi ft + \varphi(f)] df, \text{ или } u(t) = \int_0^{\infty} \operatorname{Re} [2U(f) e^{j[2\pi ft + \varphi(f)]}] df. \quad (11)$$

К выражению (11) можно прийти, если в выражении для бесконечной последовательности прямоугольных видеоимпульсов [11] скважность $q = T/\tau_n \rightarrow \infty$:

$$u(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{E_m}{q} + \frac{2E_m}{q} \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\sin(n\omega_1 \tau_n / 2)}{n\omega_1 \tau_n / 2} \right| \cos(n\omega_1 t + \varphi_n) \right\},$$

где $\omega_1 = 2\pi/T$ – частота основной гармоники; $\omega_n = n\omega_1$ – частота n -й гармоники; $\varphi_n = \arg[\operatorname{sinc}(n\omega_1 \tau_n / 2)] - n\omega_1 \tau_n / 2$ – начальная фаза n -й гармоники.

При $\tau_n = \operatorname{const}$ и $T \rightarrow \infty$ постоянная составляющая $\lim_{T \rightarrow \infty} E_m \tau_n / T$ равна нулю и уменьшается частотный интервал между соседними спектральными составляющими дискретного АЧС:

$$\Delta\omega = \omega_1 = 2\pi/T,$$

что в пределе приводит к их слиянию. После преобразования $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2E_m \tau_n}{2\pi} \frac{2\pi}{T} = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{2E_m \tau_n}{2\pi} \Delta\omega$,

$$u(t) = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \left\{ \frac{2E_m \tau_n}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\sin(n\Delta\omega \tau_n / 2)}{n\Delta\omega \tau_n / 2} \right| \cos(n\Delta\omega t + \varphi_n) \Delta\omega \right\} \text{ и замены суммирования по } n$$

интегрированием по ω приходим к (11), где $U(f) = \frac{E_m}{\pi} \left| \frac{\sin(\pi f \tau_n)}{f} \right|$,

$$\varphi(f) = \arg[\sin(\pi f \tau_n) / f] - \pi f \tau_n.$$

Отсутствие постоянной составляющей в спектре одиночного видеоимпульса не противоречит $\lim_{f \rightarrow 0} [\sin(\pi f \tau_n) / (\pi f \tau_n)] = 1$, так как функция $\sin x/x$ в нуле не существует.

Отсюда и на основании (8) следует вывод.

Вывод. Любой действительный видеосигнал имеет комплексный спектр, спектральная составляющая которого на нулевой частоте равна нулю. Видеосигнал, таким образом, аналогично радиосигналу состоит лишь из комплексных гармоник. Разница состоит в том, что у видеосигнала они смещены к нулевой частоте.

Связь энергии сигнала $u(t)$ с его энергетическим спектром устанавливает равенство Парсеваля [11], которое, учитывая (11), несложно получить:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \int_0^{\infty} p(t) dt = \int_0^{\infty} u(t) i^*(t) dt = \int_0^{\infty} \frac{u(t) u^*(t)}{r_n} dt = \int_0^{\infty} \frac{u(t)}{r_n} \int_0^{\infty} \operatorname{Re} \left[2U(f) e^{-j[2\pi ft + \varphi(f)]} \right] df dt = \\ &= \frac{2}{r_n} \int_0^{\infty} U(f) \operatorname{Re} \left[\int_0^{\infty} u(t) e^{-j2\pi ft} dt e^{-j\varphi(f)} \right] df = \frac{2}{r_n} \int_0^{\infty} U(f) \operatorname{Re} \left[U(jf) e^{-j\varphi(f)} \right] df = \\ &= 2 \int_0^{\infty} U'(f) \operatorname{Re} \left[U'(f) e^{j\varphi(f)} e^{-j\varphi(f)} \right] df = 2 \int_0^{\infty} U'^2(f) df, \end{aligned}$$

где $p(t)$ – мгновенная мощность сигнала; $u^*(t), i^*(t)$ – комплексно сопряженные напряжение / ток; $U(f)/\sqrt{r_n} = U'(f)$ – нормированный к 1 Ом АЧС сигнала, размерность $\sqrt{\text{Вт}}/\text{Гц}$; $U'^2(f) = W(f)$ – энергетический спектр сигнала, размерность $\text{Вт}/\text{Гц}^2$.

Энергетический спектр ПВИ запишется:

$$W_{\text{вн}}(f) = U'^2(f) = (E'_m/\pi)^2 \left| \sin(\pi f \tau_n) / f \right|^2.$$

Используя табличный интеграл, найдем энергию ПВИ через $W(f)$:

$$\mathcal{E}_{\text{вн}} = 2 \left(\frac{E'_m}{\pi} \right)^2 \int_0^{\infty} \left| \frac{\sin(\pi f \tau_n)}{f} \right|^2 df = 2 \frac{E_m'^2}{\pi^2} \pi \tau_n \frac{\pi}{2} = E_m'^2 \tau_n. \quad (12)$$

Спектральная плотность прямоугольного радиоимпульса (ПРИ) $u(t) = E_m e^{j2\pi f_0 t}$, который также начинается в момент времени $t = 0$, запишется:

$$U(jf) = \int_0^{\tau_n} E_m e^{j2\pi f_0 t} e^{-j2\pi ft} dt = \frac{E_m}{\pi} \frac{\sin[\pi(f_0 - f)\tau_n]}{f_0 - f} e^{j\pi(f_0 - f)\tau_n},$$

где E_m, f_0, τ_n – амплитуда, несущая частота и длительность ПРИ.

Энергетический спектр ПРИ запишется:

$$W_{\text{пр}}(f) = U'^2(f) = (E'_m/\pi)^2 \left| \sin[\pi(f_0 - f)\tau_n] / (f_0 - f) \right|^2. \quad (13)$$

Для нахождения энергии ПРИ через его энергетический спектр произведем в (13) замену переменной $\xi = f - f_0$. Тогда аналогично (12) получим:

$$\mathcal{E}_{\text{пр}} = 2 \left(\frac{E'_m}{\pi} \right)^2 \int_0^{\infty} \left| \frac{\sin(\pi \xi \tau_n)}{\xi} \right|^2 d\xi = 2 \frac{E_m'^2}{\pi^2} \pi \tau_n \frac{\pi}{2} = E_m'^2 \tau_n. \quad (14)$$

Вывод. Как видим из (12), (14), энергии ПВИ и ПРИ при одинаковых E_m и τ_n равны. Из рассмотренного выше следует, что это возможно только в комплексном евклидовом пространстве, где сигнальные векторы соответствуют сигналам постоянного напряжения.

Заключение

Проведенное в статье исследование математической модели радиосигнала в волновых энергетических пространствах сигналов позволило:

показать, что математическая модель радиосигнала в комплексном виде соответствует видеосигналу в комплексном евклидовом пространстве и ЭМВ с круговой поляризацией – в действительном евклидовом пространстве. Их энергии при этом равны. Это позволяет рассчитывать энергию радиоимпульса по энергии его нормированной огибающей, а также проводить моделирование и расчет радиотехнических устройств;

ввести для режима согласованной передачи мощности сигнала в энергетическом пространстве сигналов понятие мнимой реактивной мощности;

установить связь между коэффициентом трансформации n_b , мнимой реактивной мощностью и параметрами элементов реактивного согласующего четырехполюсника. Это позволяет по заданному коэффициенту трансформации n_b рассчитывать элементы согласующего реактивного четырехполюсника;

показать, что физически гиперболическая метрика в энергетическом пространстве сигналов обусловлена накоплением энергии в реактивных элементах четырехполюсника;

показать, что при спектральном анализе сигналов необходимо учитывать «задержку на включение аппаратуры», игнорирование которой приводит к неверному результату [1];

установить за счет ухода от отрицательных частот логическую связь между спектрами одиночных видео- / радиоимпульсов и их неограниченными периодическими последовательностями, когда скважность последних стремится к бесконечности, что важно при математическом моделировании.

Список использованных источников

1. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы : учеб. пособие для вузов. – 5-е изд., испр. и доп. – М. : Дрофа, 2006. – 719 с.
2. Сазонов Д. М. Антенны и устройства СВЧ : учеб. – М. : Высш. шк., 1988. – 432 с.
3. Ефимов Н. В., Розендорн Э. Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. – 4-е изд. – М. : Физматлит, 2005. – 464 с.
4. Гусак А. А., Гусак Г. М., Бричикова Е. А. Справочник по высшей математике. – Минск : ТетраСистемс, 1999. – 640 с.
5. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн : учеб. пособие для вузов. – М. : Наука ; Физматлит, 1989. – 544 с.
6. Ефимов Н. В. Краткий курс аналитической геометрии. – М. : Наука, 1969. – 272 с.
7. Шерватов В. Г. Гиперболические функции. – М. : Гостехтеоретиздат, 1954. – 56 с.
8. Буйвалов И. Е. Методика расчета общего коэффициента усиления СВЧ радиоприемного устройства // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2017. – № 3(56). – С. 49–57.
9. Янпольский А. Р. Гиперболические функции. – М. : Физматгиз, 1960. – 196 с.
10. Электротехника. Основные понятия. Термины и определения : ГОСТ 19880-74. – Введ. 19.06.1974. – М., 1974.
11. Батура М. П., Кузнецов А. П., Курулева А. П. Теория электрических цепей : учеб. / под общ. ред. А. П. Курулева. – Минск : Вышэйш. шк., 2015. – 608 с.
12. Буйвалов И. Е. Исследование диаграммы направленности линейной синфазной равномерно возбужденной антенны в ближней зоне // Сб. науч. ст. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2017. – № 44. – С. 75–87.

* Сведения об авторе:

Буйвалов Игорь Евгеньевич,
ОАО «АЛЕВКУРП».

Статья поступила в редакцию 29.07.2024 г.

**Требования к статьям, представляемым для опубликования
в военном научно-теоретическом журнале
«Вестник Военной академии Республики Беларусь»**

Представляемые в редакцию материалы должны отражать оригинальные результаты исследований авторов по актуальной тематике в области военных наук, технических наук (радиотехника, связь, электроника и микроэлектроника, информатика, вычислительная техника и управление, вооружение и военная техника), педагогических наук (воинское обучение и воспитание, военная педагогика). Статья должна быть посвящена решению важной самостоятельной теоретической или прикладной задачи, характеризоваться научной новизной, цельностью, последовательностью и логичностью изложения материала.

Рекомендуется в каждой из статей выделять:

введение с характеристикой состояния дел в соответствующей области исследования, обоснованием актуальности рассматриваемой задачи, а также изложением общего подхода к ее решению;

основную часть, отражающую используемый метод исследования и его результаты в сопоставлении с известными ранее;

выводы, характеризующие обобщения и умозаключения авторов, непосредственно вытекающие из представленного в основной части материала, а также возможные направления и перспективы использования полученных результатов.

К опубликованию не принимаются материалы, представляющие собой компиляцию известных результатов исследований других авторов, а также статьи публицистического характера, не связанные с решением конкретной научной задачи.

В конце статьи приводится список использованных источников, на которые даются ссылки при изложении основного текста. Автор несет ответственность за достоверность цитирования, а также отсутствие плагиата.

Требования к оформлению статей:

общий объем 6–8 страниц формата А4; в исключительных случаях общий объем может быть аргументированно увеличен до 12 страниц;

текстовый редактор Word for Windows версии 6.0 или выше;

редактор формул MathType версий 6.0–6.7;

поля 2 см (со всех сторон);

шрифт Times New Roman, 12 pt;

межстрочное расстояние 1 интервал.

Основной текст статьи должны предварять:

УДК (выравнивание по левой стороне);

название (шрифт полужирный, буквы прописные, выравнивание по центру);

инициалы, фамилия, ученая степень и ученое звание автора (-ов) (выравнивание по центру);

аннотация на русском и английском языках (курсив, отступ первой строки 1,25 см, выравнивание по ширине).

Форматирование основного текста: отступ первой строки 1,25 см; выравнивание по ширине. Форматирование подписей к рисункам: шрифт 11 pt, светлый, выравнивание по центру. Форматирование заголовков таблиц: шрифт 11 pt, светлый, выравнивание по левому краю таблицы. Форматирование формул: выравнивание по центру, последовательная нумерация (по правому краю, в скобках).

Промежутки между структурными элементами статьи (УДК, название, авторы, аннотация, основной текст, список литературы) по вертикали – 6 pt.

На обороте последней страницы необходимо указать фамилию, имя, отчество автора, подразделение, организацию, номер контактного телефона.

Текст статьи (в распечатанном и электронном вариантах) вместе с выпиской из протокола заседания кафедры (НИЛ), рекомендующей ее к опубликованию, направляется в редколлегию. Если авторы статьи являются сотрудниками внешней организации, дополнительно требуется представить экспертное заключение о возможности опубликования материалов в открытой печати.